

COACH 11

## Ruch harmoniczny wózek na linii powietrznej

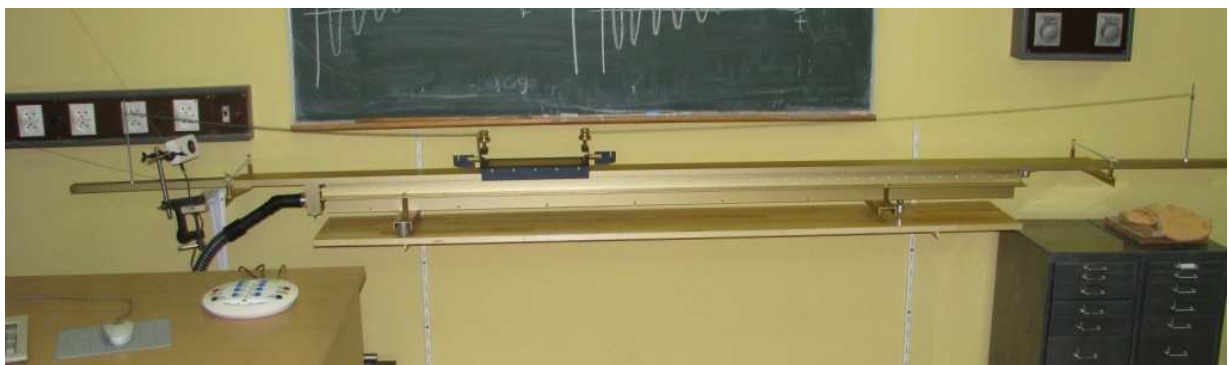
Program: **Coach 6**  
Projekt: na ZMN060C  
CMA Coach Projects\PTSN Coach 6\  
Drgania harmoniczne  
Ćwiczenia: ruch harmoniczny.cma,  
Model.cma, Model1.cma



### Tematy:

1. Ruch harmoniczny (drżania harmoniczne).
2. Ruch harmoniczny tłumiony słabo.
3. Porównanie opisu teoretycznego drżania z obserwacjami eksperymentalnymi - Modelowanie.

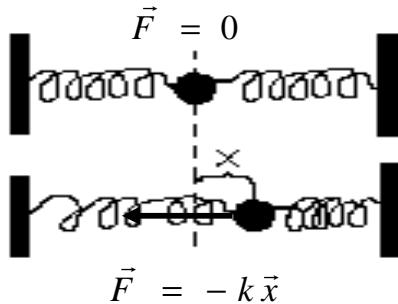
### Układ pomiarowy



Linia powietrzna z wózkiem zamocowanym między dwoma sprężynami, ultradźwiękowy czujnik ruchu D0664.



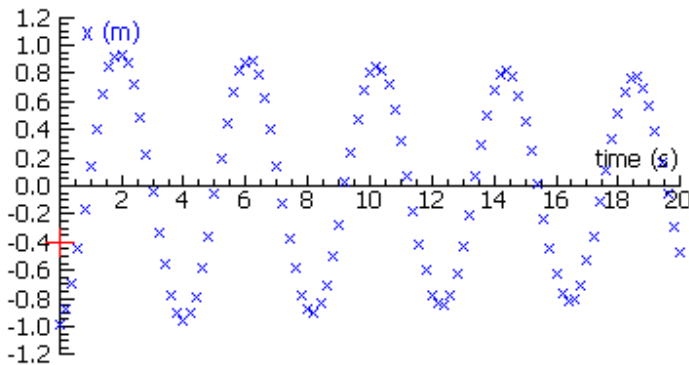
- Wprowadzenie wielkości fizycznych charakteryzujących drgania harmoniczne swobodne; A - amplituda, T - okres, f - częstotliwość,  $\omega$  - częstość.



Na wychylony z położenia równowagi wózek sprężyny działają siły proporcjonalną do wychylenia

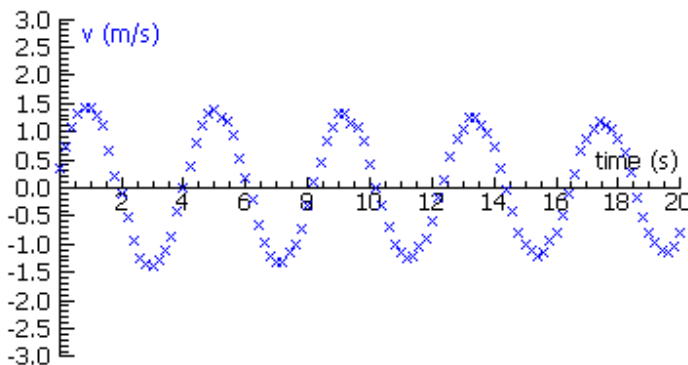
$$\vec{F} = -k\vec{x}$$

W pierwszym przybliżeniu można pominąć niewielkie siły wywołane oporem powietrza i przyjąć, że jest to siła wypadkowa działająca na wózek. Wynikiem działania tej siły jest obserwowany ruch okresowy. Taki ruch nazywamy **ruchem harmonicznym swobodnym**. Można go opisać funkcją sinus lub cosinus.



$$x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$$

gdzie  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ , a m jest masą wózka.



Faza zmian prędkości w tym ruchu jest przesunięta względem fazy położenia. Maksymalnemu wychyleniu z położenia równowagi odpowiada prędkość zero, a przy przechodzeniu przez położenie równowagi prędkość ciała jest największa.

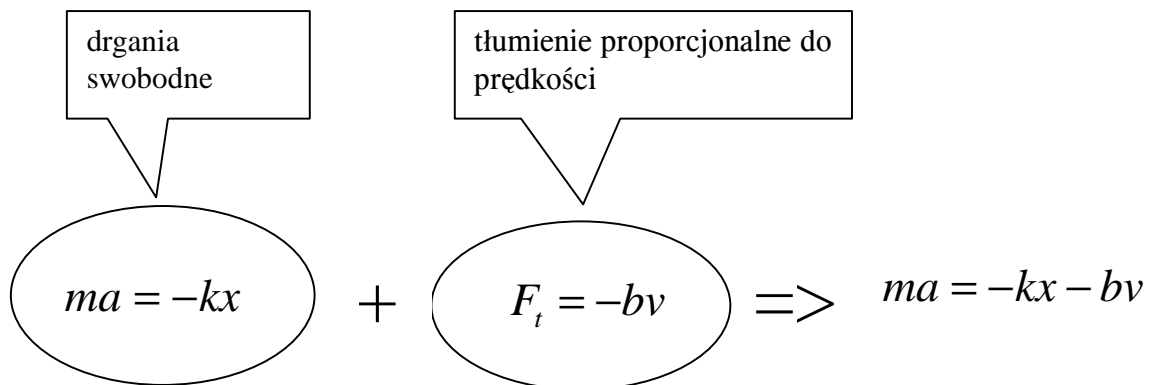
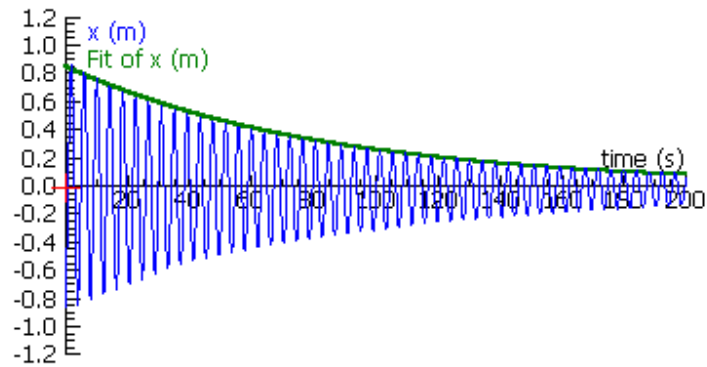
Drgania harmoniczne - drganie opisanie funkcją sinus lub cosinus.

$$x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$$

Jeżeli na ciało działa siła proporcjonalna do wychylenia z położenia równowagi, skierowana przeciwnie do wychylenia  $\vec{F} = -k\vec{x}$  to jego drżania będą harmoniczne.

## Ad 2. Ruch harmoniczny tłumiony słabo.

Jeżeli obserwujemy ruch wózka przez dłuższy czas to widać, że amplituda drgań maleje. Jest to spowodowane oporem powietrza. Dla małych prędkości można przyjąć, że siła oporu jest proporcjonalna do prędkości.



Dla słabego tłumienia tj. dla  $\frac{b}{2m} < \sqrt{\frac{k}{m}}$  amplituda drgań maleje

eksponencjalnie. Zmiany położenia wózka w zależności od czasu opisane są funkcją (rozwiązaniem równania różniczkowego jest funkcja):

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -kx - b \frac{dx}{dt}$$

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + kx = 0$$


$$x = A_0 e^{-\beta \cdot t} \cos(\varpi_1 t + \varphi)$$


gdzie:

- $A_0$  jest amplitudą początkową drgań
- $\beta = \frac{b}{2m}$
- $\varpi_1 = \sqrt{\varpi^2 - \beta^2}$
- $\varpi = \sqrt{\frac{k}{m}}$

### Ad 3. Porównanie opisu teoretycznego drgań z obserwacjami eksperymentalnymi - Modelowanie.

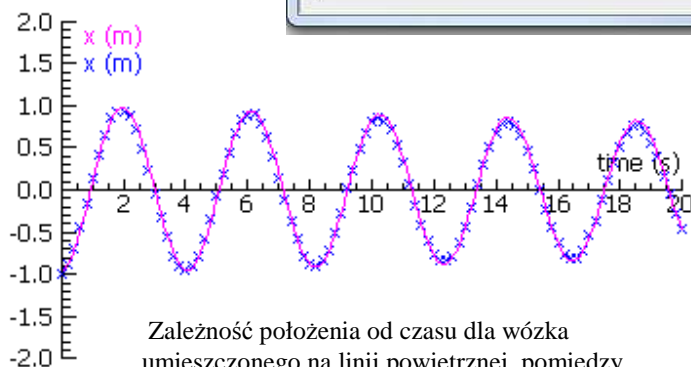
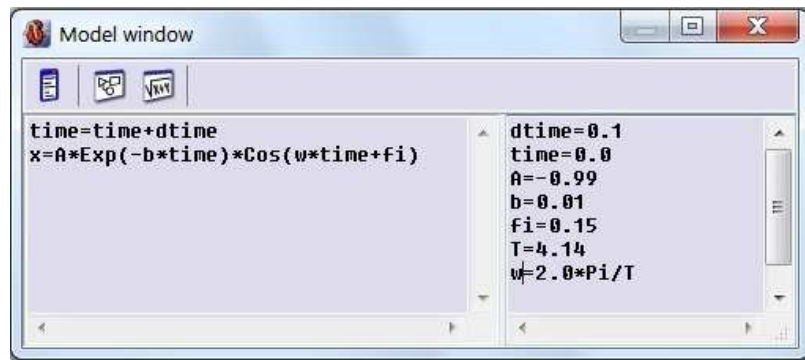
Wyniki eksperymentalne można porównać z opisem teoretycznym korzystając z opcji **Modelowanie**. Modelowanie jest dostępne jedynie, gdy podczas tworzenia ćwiczenia wybrano opcję *Bez konsoli*. Dlatego pomiary muszą być wykonywane wcześniej, w innym ćwiczeniu z dostępną konsolą pomiarową i zapamiętane jako *Wynik (Result)*. Mogą one następnie być wczytane (do przygotowywanego wykresu) jako „tło” - *Import background graph*.

W aktywnym ćwiczeniu można otworzyć (zamknąć) okno edycji modelu naciskając przycisk Model Window . Do tworzenia modeli dostępne są dwa edytory: tekstowy i graficzny. Przykłady modeli dla ruchu harmonicznego są dostępne w ćwiczeniach (activities): **Model**, **Model1**.

Model jest uruchamiany po naciśnięciu zielonego przycisku Start  (F9). Obliczenia są wykonywane zadaną liczbę razy (*Options/Settings...*). Opcja *Monitor*\* ułatwia znalezienie ewentualnych błędów w modelu. Opcja *Symulacja*\* umożliwia obserwację zmian wywołanych modyfikacją wartości parametrów modelu.

#### Przykłady:

Model.

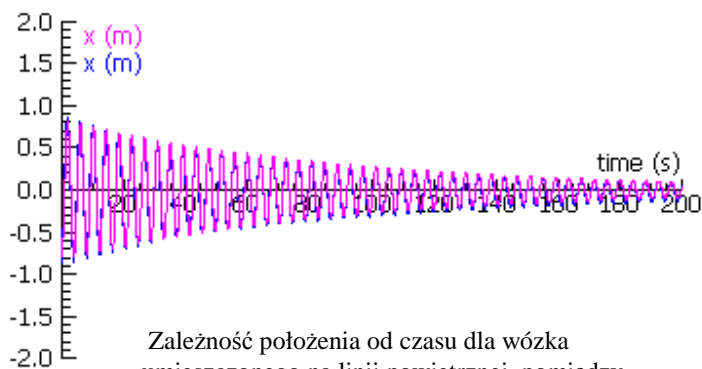
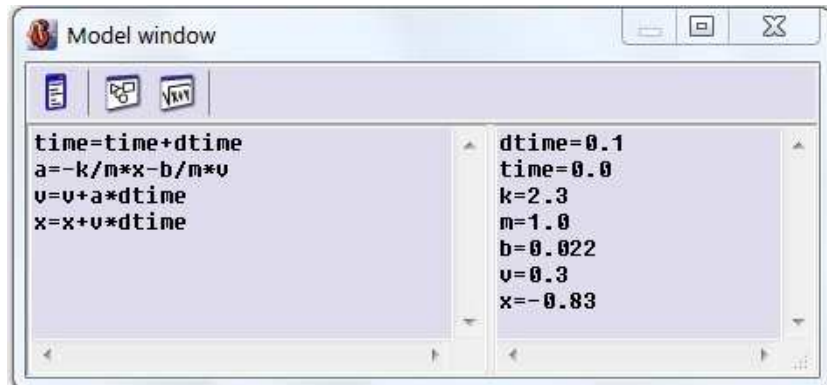


Zależność położenia od czasu dla wózka umieszczonego na linii powietrznej, pomiędzy sprężynami. Niebieskie krzyżyki – wyniki eksperymentalne, różowa linia – wyniki obliczeń dla prezentowanego modelu

Model uwzględnia eksponentyjalny zanik amplitudy drgań spowodowany oporem powietrza proporcjonalnym do prędkości ruchu. Korzysta z analitycznego wzoru opisującego zmiany położenia w funkcji czasu.

\* Dostęp przez prawy przyciski myszy w oknie modelu

Model1.



Zależność położenia od czasu dla wózka umieszczonego na linii powietrznej, pomiędzy sprężynami. Niebieska linia – wyniki eksperymentalne, różowa linia – wyniki obliczeń dla prezentowanego modelu.

Model uwzględnia siłę oporu powietrza proporcjonalną do prędkości ruchu  $-\frac{b}{m}v$ . Model nie korzysta z gotowego, analitycznego wzoru opisującego zmiany położenia w funkcji czasu, lecz z krokowej analizy zmian  $a(t)$ ,  $v(t)$ ,  $x(t)$ . W wyniku zastosowania takiego modelu uzyskujemy nie tylko zależność  $x(t)$ , ale również  $v(t)$  i  $a(t)$ . Takie podejście umożliwia także analizowanie przypadków, dla których nie ma rozwiązania analitycznego.

**Niektóre inne możliwości analizy wyników:**

- Wyznaczanie okresu drgań
- Prezentacja wykresu fazowego  $v(x)$
- Dopasowanie funkcji teoretycznej (sinusoidy)
- Scan
- Create/Edit diagram...
- Analise\ Function-fit