

Wahadło tłumione *(tłumienie nieeksponencjalne)*

Program: **Coach 6**

Projekt: na ZMN060C oraz na ZMN060F

**CMA Coach Projects\PTSN Coach 6\Wahadło
tłumione\Wahadło_t_zestaw.cma**

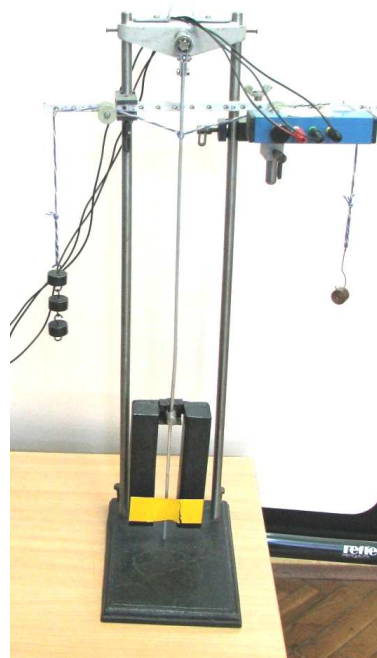
Przykład wyników: Wyniki.cmr

Program: *maksima_amplitudy.exe*

Modelowanie: **CMA Coach Projects\PTSN Coach 6\Wahadło
tłumione\Wahadło_tłumione_model.cma**

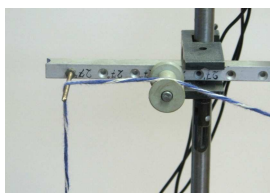
Cel ćwiczenia

- Pokazanie przykładu nieeksponencjalnego – w przybliżeniu liniowego zaniku amplitudy drgań wahadła;
- Sprawdzenie numeryczne słuszności wzorów opisujących ruch wahadła – modelowanie.

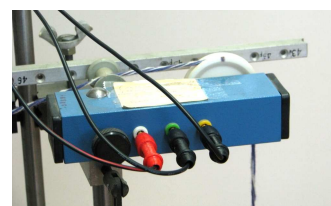


Układ pomiarowy

Wahadło umieszczone jest na statywie. Ruch wahadła przenoszony jest poprzez linkę na obrotowy czujnik położenia. Czujnik położenia połączony jest z konsolą pomiarową CoachLabII⁺ (wejście 4) trzema kablami (gniazdo białe – zasilanie 5V, zielone – sygnał, żółte – ziemia). Linkę



można umieścić na powierzchni śruby wykorzystując w ten sposób siłę tarcia do tłumienia drgań. Zmieniając obciążenie linki (zmiana liczby ciężarków) można regulować



wielkość siły tarcia. Przez zmianę miejsca przyczepienia linki do ramienia wahadła (pionowe przesuwanie węzła linki wzdłuż ramienia wahadła) możliwa jest regulacja momentu siły tłumiącej działającej na wahadło. Nić można przewiesić także nie przez śrubę, lecz przez bloczek z lewej strony i obserwować ruch wahadła tłumionego w ten sposób.

Układ pomiarowy (podłączenia: białe gniazdo czujnika – czerwone gniazdo konsoli, zielone gniazdo czujnika – żółte gniazdo konsoli, żółte gniazdo czujnika – czarne gniazdo konsoli)



Ustawienia parametrów pomiaru:

Method:

Triggerig:

Type: Time based

Triggerin channel: Analog In 4: Angle position sensor

Measuring time: 60 seconds


Trigger level: 30

Frequency: 50 per second

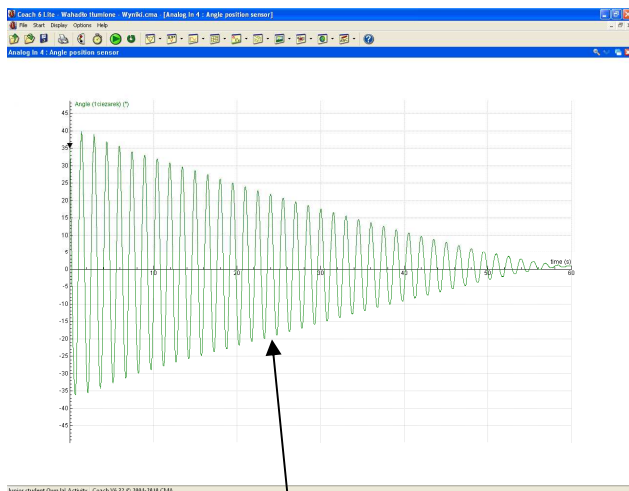
Direction: down

Pre-trigger time: 0

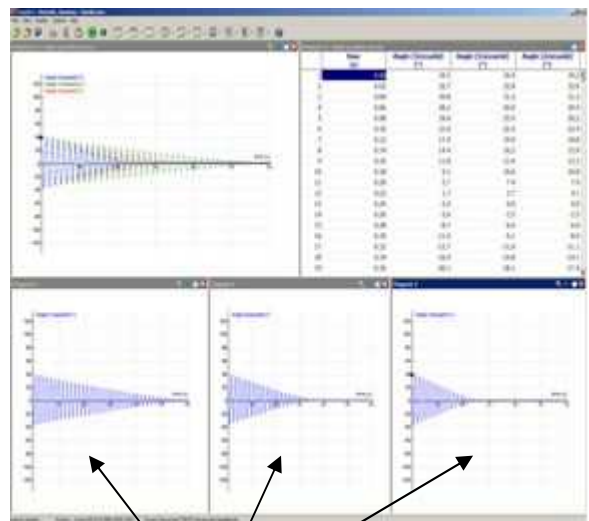
Pomiar

- Przewiesić nić przez śrubę (z lewej strony) i zawiesić wybraną liczbę ciężarków;
- Ustawić czujnik wychylenia w pozycji 0° . Wskazania można wyzerować również przez kliknięcie prawym przyciskiem myszy na ikonę sterownika i wskazanie polecenia „Set to Zero”;
- Wychylić wahadło z położenia równowagi (kąt 35° na wskazaniu czujnika), rozpocząć pomiar – przycisk start (F9)  i puścić wahadło;
- Skopiować kolumnę „Angle” (copy column) i powtórzyć pomiar dla innej liczby ciężarków. Przed każdym pomiarem ustawić czujnik wychylenia w pozycji 0° .

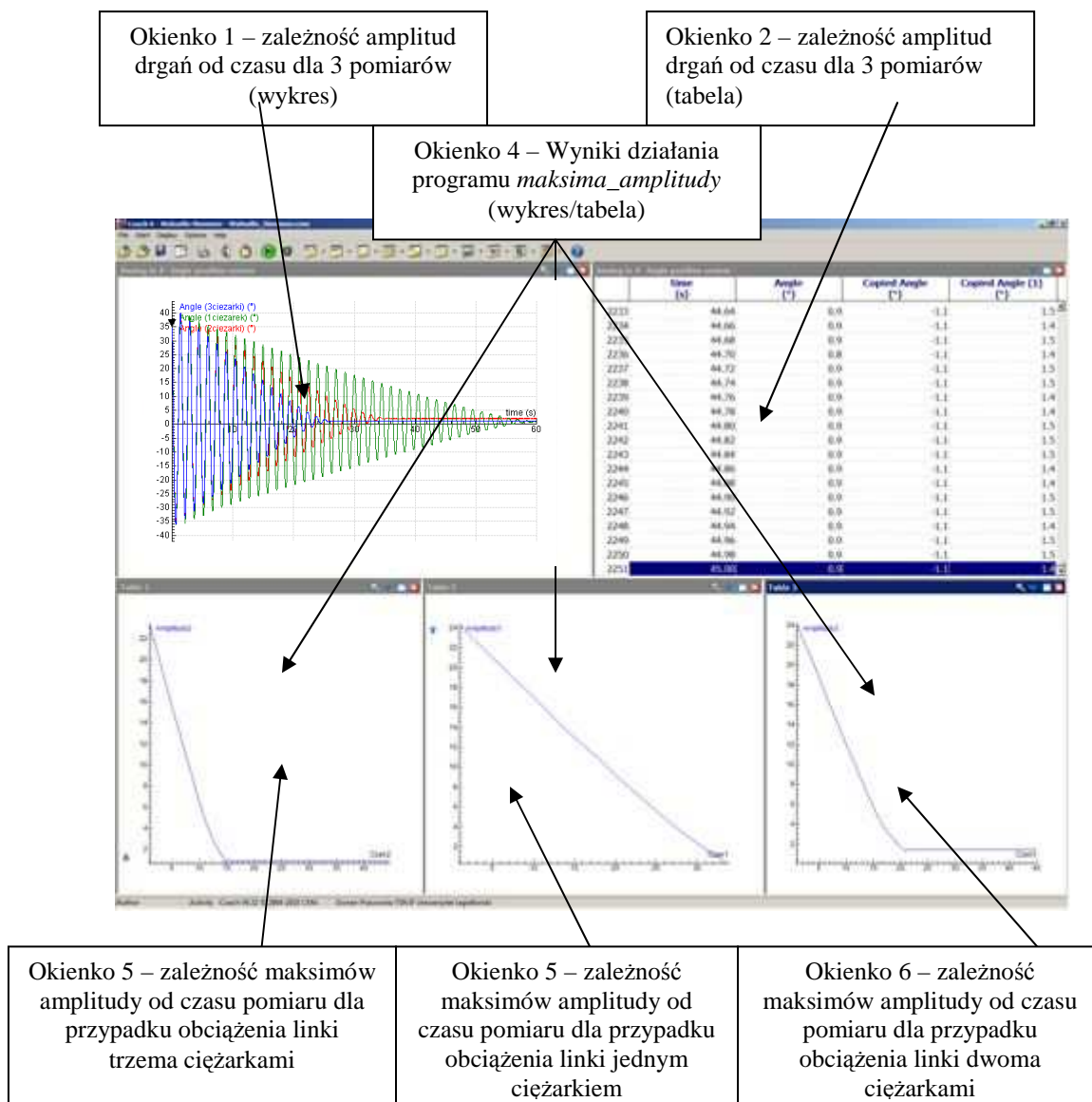
Można wykorzystać dolne okienka programu Coach do przedstawienia wyników pomiarów uzyskanych dla różnej wartości siły tarcia (różne obciążenie linek).



Widok pełnoekranowy



Wyniki uzyskane przy obciążeniu linki różną liczbą ciężarków



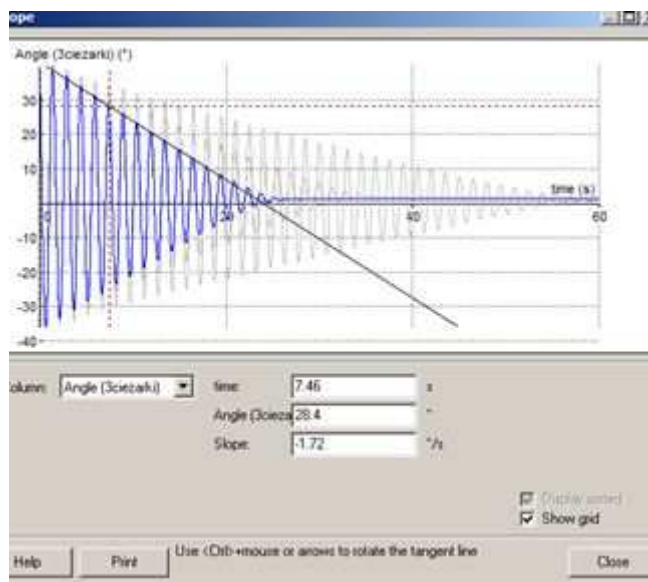
Obserwacje

Amplituda drgań maleje z czasem w przybliżeniu w sposób liniowy. Szybkość zmniejszania się amplitudy zależy od obciążenia nici, czyli od wielkości siły tarcia hamującej ruch wahadła. Dla niewielkich kątów wychylenia (do 20°) wahadła z położenia równowagi okres (częstość) drgań nie zmienia się z czasem.

Analiza wyników

W celu pokazania, że w przypadku demonstrowanego wahadła występuje w przybliżeniu liniowe (niezależne od prędkości) tłumienie amplitudy drgań należy dopasować linię prostą do maksimów amplitudy. Służy do tego funkcja *Slope* (prawy

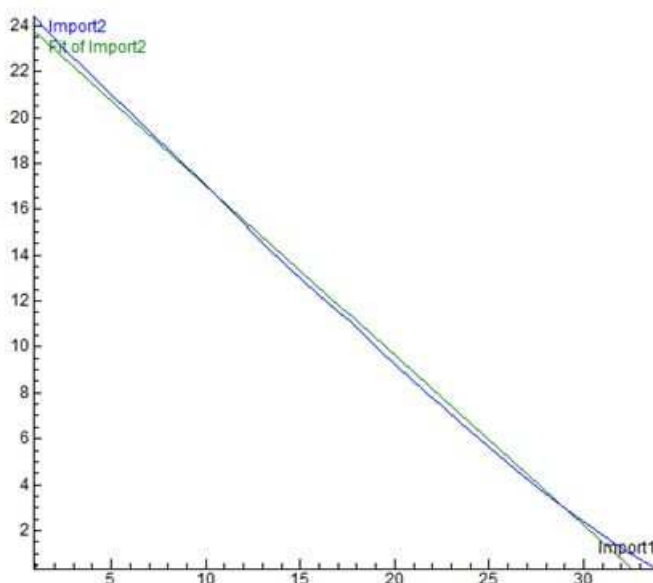
przycisk myszy na wykresie otwiera menu kontekstowe → *Process/Analyze* → *Slope*). W okienku *Column* wybrać odpowiedni wykres. Klikając na jednym z maksimumów amplitudy ustawić „punkt zaczepienia” i przyciskając *Ctrl* dopasować za pomocą myszy prostą do pozostałych maksimumów.



Dopasowanie prostej do maksimumów amplitudy za pomocą funkcji Slope.

Można również wykonać wykresy zależności maksimumów amplitud drgań od czasu, a następnie do otrzymanych punktów dopasować prostą. W tym celu napisano program „maksima_amplitudy”. Należy w okienku 2 (tabela danych) nadać nazwy skopiowanym kolumnom, a następnie wyeksportować dane do pliku *txt* (prawy przycisk myszy → *Export data* → *Text file*). W ustawieniach eksportowania należy zaznaczyć kropkę jako „*Decimal separator*” oraz średnik (Semicolon) jako „*Column Delimiters*”. Wyeksportowane dane należy zapisać w folderze, w którym znajduje się program „maksima_amplitudy” i usunąć z pliku wszelkie nagłówki i puste linijki na końcu pliku. Następnie uruchomić program i podać nazwę pliku bez rozszerzenia *txt*. Program przyjmuje pliki z danymi zawierające tylko i wyłącznie cztery kolumny. Jako wynik działania programu zostaną utworzone trzy pliki zawierające zależności maksimumów amplitud od czasu dla poszczególnych pomiarów. Należy w okienkach 3, 4 i 5 utworzyć puste tabele (*Display table* → *User-defined* → *Import table* → *Text File* → Wybrać plik → *OK* → Wybrać „*Decimal separator*”: kropka oraz „*Column delimiters*”: *Tab* → wybrać stworzoną tabelę → *OK* → kliknąć w odpowiednie okienko i wyświetlić dane w formie wykresu (*Diagram*). W ustawieniach wykresu „*Edit diagram*”

można wybrać wygląd wyświetlanych punktów. Do otrzymanych danych dopasować linię prostą (prawy przycisk myszy → Process/Analyze → Function fit)



Przykładowy wykres zależności maksimów amplitud drgań od czasu. Do wykresu dopasowano funkcję liniową, by zobrazować liniowy charakter tłumienia.

Uzyskane wyniki potwierdzają istnienie występowanie liniowego wygaszania amplitudy drgań. Można zaobserwować, że tłumienie rośnie wraz z dokładaniem kolejnych ciężarków – zwiększaniem siły tarcia.

Modelowanie

Najczęściej analizuje się ruch harmoniczny tłumiony siłą proporcjonalną do prędkości. Ruch taki opisuje równanie:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx - b \frac{dx}{dt}$$

Jeżeli tłumienie jest słabe, to rozwiązanie takiego równania daje drgania sinusoidalne o wykładniczo malejącej amplitudzie:

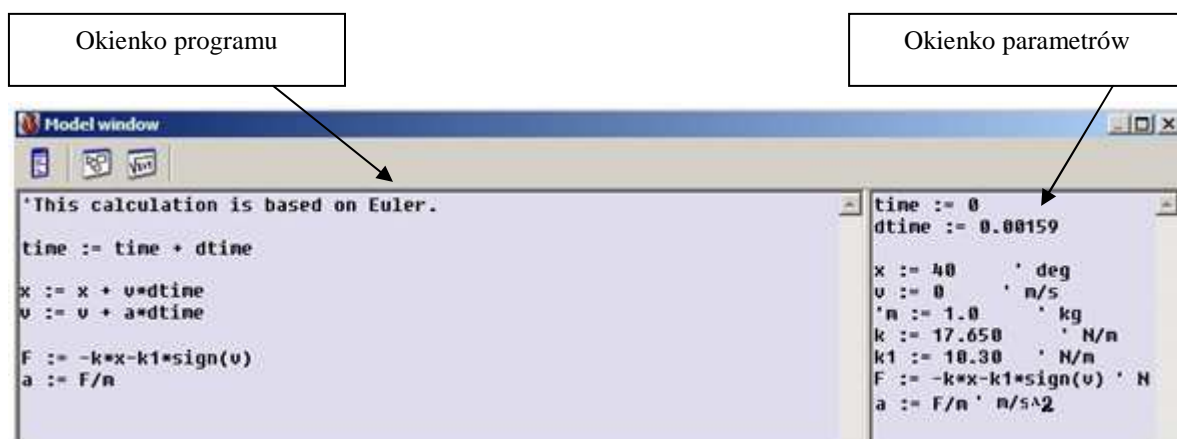
$$x = A \cdot e^{\frac{-bt}{2m}} \sin(\omega \cdot t + \phi)$$

Jednak nie zawsze tłumienie jest proporcjonalne do prędkości, a amplituda maleje eksponencjalnie. W rzeczywistości często występuje także tarcie poślizgowe, którego siła jest skierowana przeciwnie do prędkości, ale jej wartość nie zależy od wartości prędkości. Ruch wahadła, tłumionego przez takie tarcie opisuje równanie:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -kx - b \cdot \text{sign}\left(\frac{dx}{dt}\right)$$

Równania tego nie da się rozwiązać analitycznie, ale można wykonać jego numeryczną analizę. Wykorzystując podprogram „modelowanie” można dokonać sprawdzenia czy powyższe równanie opisuje obserwowany ruch wahadła.


Otrzymane dane doświadczalne należy zapisać, a następnie otworzyć plik **CMA Coach Projects\PTSN Coach 6\Wahadło tłumione\Wahadło_tłumione_model.cma**. Do prawego okienka programu zaimportować swoje dane jako tło (prawy przycisk myszy → Import background graph). Otworzyć okienko modelowania „*Model window*”.

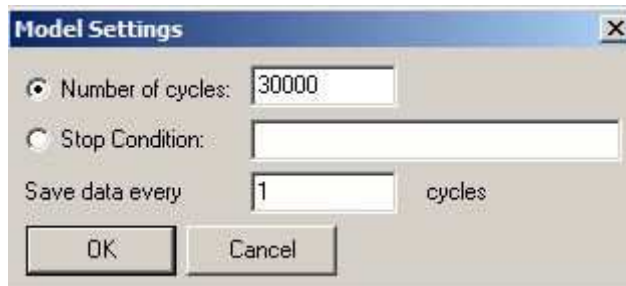


Okienko modelowania „Model window”

W „*okienku programu*” znajduje się treść programu, który krokowo oblicza wartość położenia, prędkości, siły działającej na wahadło oraz przyspieszenia. Uwzględniając podaną w „*okienku parametrów*” wartość kroku czasu *dtine* program wylicza:

- drogę pokonaną przez ciało poruszające się z aktualną prędkością w czasie *dtine* i nowe położenie ciała (tu program zakłada ruch jednostajny w czasie *dtine*),
- zmianę prędkości ciała poruszającego się z aktualnym przyspieszeniem w czasie *dtine* i prędkość, jaką ciało uzyskuje po tym czasie (tu program zakłada ruch jednostajnie zmienny w czasie *dtine*),
- nową siłę i przyspieszenie, jakim podlega ciało po czasie *dtine*.

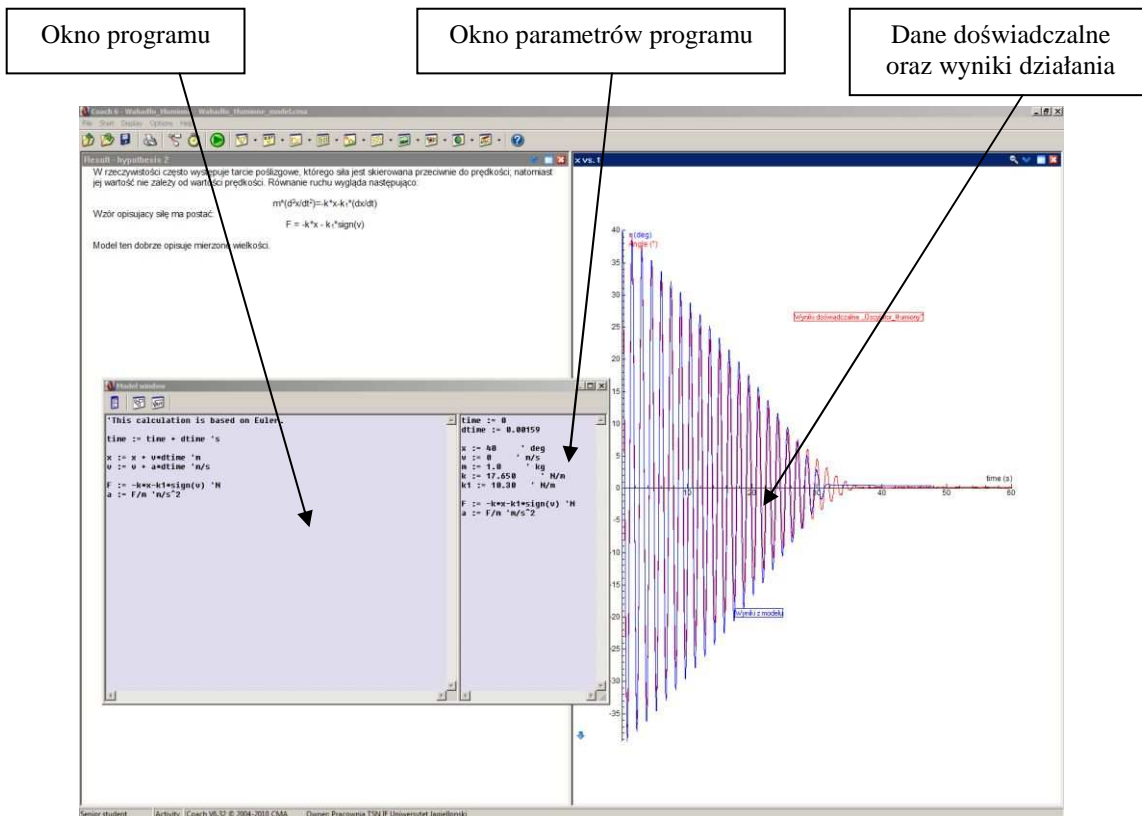
Liczbę wykonywanych przez program kroków można zmienić w ustawieniach modelu .



Ustawienia modelu

W „okienku parametrów” wpisano wartości początkowe parametrów wykorzystywanych w programie. Parametr *dtime* jest krokiem, o jaki zmienia się czas pomiędzy kolejnymi wartościami liczonymi przez program. Od doboru wielkości tego kroku zależy precyzja modelowania. Im mniejszy krok zostanie wybrany tym dokładniejsze będą obliczenia (im bliżej siebie leżą, wyznaczane przez program, punkty, tym większa możliwość odtworzenia istoty zjawiska). Wraz ze zwiększaniem kroku czasowego zmniejsza się dokładność modelowania zjawiska (wyznaczane przez program punkty leżą coraz dalej od siebie). W tym modelu, badane zjawisko jest dobrze odtwarzane przy doborze kroku około 0,002 s.

Zmieniając wartości parametrów tłumienia k oraz k_1 , a także prędkości początkowej i wychylenia należy dopasować model do danych doświadczalnych. Dopasowanie takie pokazuje, że powyższy wzór można wykorzystać do opisu obserwowanego zjawiska. Dobrze odwzorowuje on ruch wahadła poza końcową fazą ruchu (bardzo małe wychylenia wahadła), gdzie występują dodatkowe (nieuwzględnione w modelu) zjawiska związane z układem doświadczalnym.



Okno modelowania zjawiska tłumienia nieeksponencjalnego.

Uwagi odnośnie doświadczenia:

- W końcowej fazie ruchu wahadła zmniejsza się tłumienie, co spowodowane jest rozciągliwością nici – wahadło się porusza, a nić nie przemieszcza się względem śruby;
- W modelu posłużono się przybliżeniem wahadła matematycznego.